

II. kolo kategorie Z7

Z7–II–1

V letním táboře je 50 dětí. Šestina dívek a osmina chlapců neumí plavat. Plavat umí 43 dětí. Kolik dívek je v táboře?

ŘEŠENÍ. Označme počet dívek v táboře x , počet chlapců je pak $50 - x$. Ze zadání příkladu plyne, že

$$\frac{x}{6} + \frac{50 - x}{8} = 7.$$

Řešením této rovnice je $x = 18$.

V táboře je 18 dívek.

[za sestavení rovnice 2 body, za úplné řešení 6 bodů]

Z7–II–2

Martin, Tomáš a Jirka tipovali výsledek příkladu:

$$2,4 - 1,5 \cdot 3,6 : 2 =$$

Jejich průměrný tip se od správného výsledku lišil o 0,4. Tomáš tipoval $-1,2$ a Jirka $1,7$. Zjistí, které číslo tipoval Martin, pokud víš, že nejhorší tip se od správného výsledku lišil o 2.

ŘEŠENÍ. Označme Martinův tip m . Správný výsledek je $2,4 - 1,5 \cdot 3,6 : 2 = -0,3$. Protože nejhorší tip se od správného výsledku liší o 2, nejhorší tip měl Jirka ($1,7 - (-0,3) = 2$). Průměrný tip chlapců se lišil od správného výsledku o 0,4. Tedy průměrný tip byl buď $-0,7$, nebo $0,1$.

a) průměrný tip je $-0,7$. Pak platí

$$\frac{-1,2 + 1,7 + m}{3} = -0,7$$

Odtud dostáváme, že $m = -2,6$. Takový tip by ale byl nejhorší (lišil by se od správného tipu o 2,3), a proto tato možnost nenastává.

b) průměrný tip je $0,1$. Pak platí

$$\frac{-1,2 + 1,7 + m}{3} = 0,1.$$

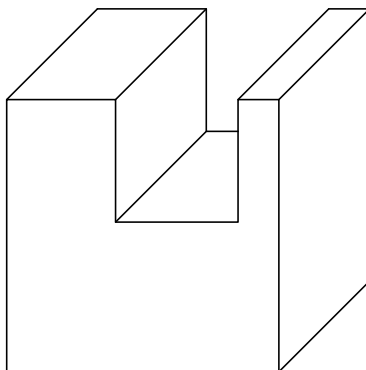
Odtud dostáváme, že $m = -0,2$.

Martin tipoval $0,8$.

[Nalezení výsledku bez rozboru – 3 body, úplné řešení s naznačenou diskusí 6 bodů]

Z7-II-3

Z krychle s povrchem 384 cm^2 jsme vyřízli kvádr se čtvercovou podstavou tak, jak je vidět na obrázku. Objem takto vzniklého osmibokého hranolu je roven třem čtvrtinám objemu původní krychle. Vypočítejte povrch hranolu.



ŘEŠENÍ. Označme a délku hrany krychle. Pak platí

$$6a^2 = 384.$$

Odtud plyne, že délka hrany krychle je 8 cm. Protože je objem hranolu roven třem čtvrtinám objemu krychle, je objem vyřízlého kvádrů roven jedné čtvrtině objemu krychle. Dále je-li výška kvádrů (a i hranolu) rovna délce hrany původní krychle, je obsah čtvercové podstavy kvádrů roven jedné čtvrtině obsahu stěny krychle, tj.

$$\frac{1}{4} \cdot 8 \cdot 8 = 16\text{ cm}^2.$$

Čtvercová podstava kvádrů má hranu délky $\sqrt{16} = 4$ cm. Pro povrch hranolu platí:

$$\text{Obsah podstavy: } S_p = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48\text{ cm}^2$$

Obsah pláště: Označme x vzdálenost vyřízlého otvoru od jedné z bočních stěn krychle. Potom platí:

$$S_{pl} = [8 + 8 + 8 + x + 4 + 4 + 4 + (8 - 4 - x)] \cdot 8 = 40 \cdot 8 = 320\text{ cm}^2.$$

$$\text{Celkový povrch: } S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot 48 + 320 = 416\text{ cm}^2.$$