II. kolo kategorie Z6

Z6–II–1

Desetinné číslo nazveme *vyvážené*, jestliže je součet číslic ležících před desetinnou čárkou roven součtu číslic za desetinnou čárkou. Např. číslo 25,133 je vyvážené. V každém z čísel 497 365,198 043 a 197 352,598 062 škrtni několik číslic tak, aby vzniklo a) co největší vyvážené číslo, b) vyvážené číslo s co největším počtem číslic. (*S. Bednářová*)

Řešení. Vezměme číslo 497 365,198 043. Součet číslic před desetinnou čárkou je 34, součet číslic za ní je 25. To znamená, že před desetinnou čárkou je potřeba vyškrtnout číslice v celkové hodnotě 9. Pokud má zůstat co nejvíce číslic, vyškrtneme jenom devítku a dostaneme 47 365,198 043. Pokud máme dostat co největší číslo, snažíme se před desetinnou čárkou škrtat co nejméně číslic s nejvyšší možnou hodnotou. Za desetinnou čárkou škrtáme tak, aby číslice s vyšší hodnotou „postupovaly“ dopředu. Tak získáme číslo 47 365,198 43.

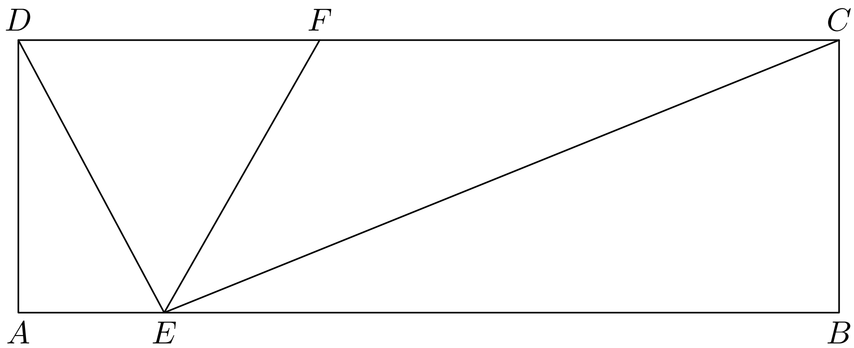
Vezměme číslo 197 352,598 062. Součet číslic před desetinnou čárkou je 27, součet číslic za ní je 30. Pokud má mít číslo co nejvíce číslic, vyškrtneme jednu číslici před desetinnou čárkou a jednu za ní. Řešením jsou čísla:

19 732,590 62	škrtnuto 5, 8
19 752,598 02	škrtnuto 3, 6
19 735,980 62	škrtnuto 2, 5.

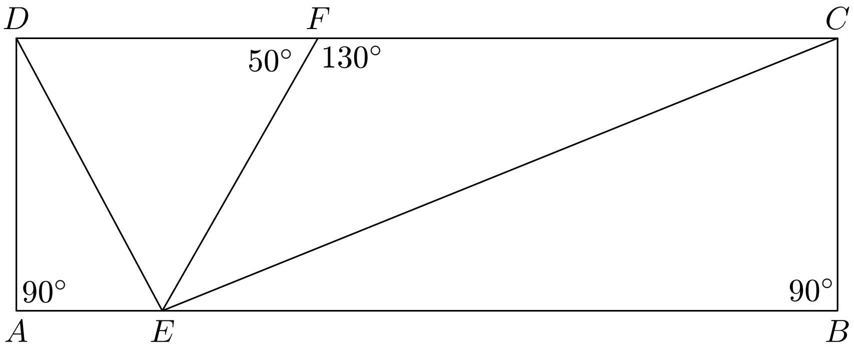
Pokud máme dostat co největší číslo, musíme před desetinnou čárkou škrtat jednu číslici. Za desetinnou čárkou škrtáme tak, aby číslice s vyšší hodnotou „postupovaly“ dopředu. Tak získáme číslo 19 752,598 2.

Z6–II–2

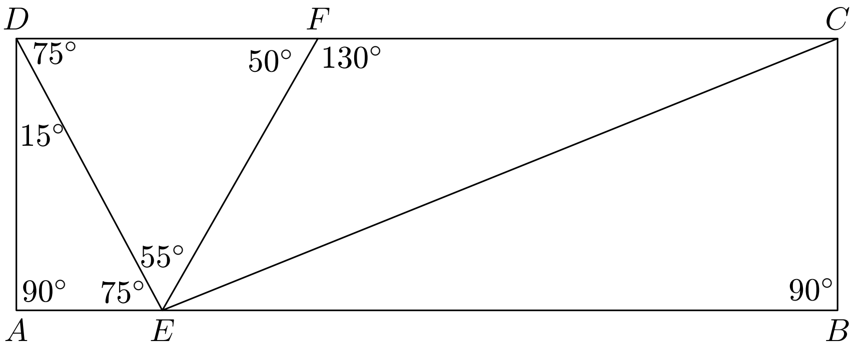
Obdélník jsme rozdělili na čtyři trojúhelníky jako na obrázku. Odměřili jsme všechny vnitřní úhly v těchto trojúhelnících a získali následující hodnoty: 15°, 20°, 20°, 50°, 55°, 70°, 75°, 75°, 90°, 90°, 130° a ještě jednu hodnotu, kterou jsme zapomněli zapsat. Zjisti chybějící hodnotu a napiš, o který úhel se jedná, pokud víš, že úsečka BE je delší než úsečka FC. (Pozor, obrázek může být nepřesný, nevyplatí se měřit.) (*S. Bednářová*)



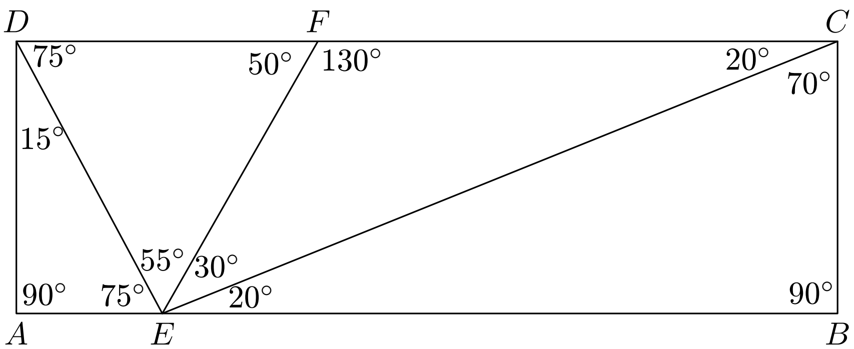
Řešení. Nejprve doplníme úhly, které jsou „zřejmé“.



Součet zbývajících úhlů v trojúhelníku ECF je $50°$. Z úhlů, které jsou k dispozici, 50 nelze získat, tedy chybějící úhel musí být právě v tomto trojúhelníku. Součet zbývajících úhlů v trojúhelníku DEF je $130°$, což lze získat jako součet 75 a 55. Protože $|\sphericalangle DEA| = |\sphericalangle EDF|$, musí platit $|\sphericalangle DEA| = 75°$. Doplníme tyto informace do obrázku, dopočteme některé úhly a dostaneme:



Zbývají ještě doplnit úhly $20°$, $20°$, $70°$, $x°$. Protože $|\sphericalangle ECF| = |\sphericalangle CEB|$, musí platit $|\sphericalangle CEB| = 20°$. Nyní už snadno dopočteme, že chybějící úhel je $30°$, a doplníme obrázek.



Z6–II–3

Když v pekárně napečou koláčky, rozdělí je do balíčku po 6 a po 12 kusech. Z prodeje šestikusového balíčku mají zisk 4 Kč a z prodeje dvanáctikusového balíčku 9 Kč. Kolik nejvíce a kolik nejméně koláčků může být na jednom pekáči, pokud zisk z jejich prodeje je 219 Kč? (*M. Dillingerová*)

Řešení. Velkých balíčků (à 12 koláčků se ziskem à 9 korun) bude x,

malých balíčků (à 6 koláčků se ziskem à 4 koruny) bude y.

Má platit

$$9x + 4y = 219.$$

– Velkých balíčků à 9 korun může být maximálně 24 (zisk pak bude $24 \cdot 9 = 216$, zbývají 3, což nelze nabýt po 4 korunách).

– Velkých balíčků à 9 korun může být maximálně 23 (pak zisk bude $23 \cdot 9 = 207$, zbývá 12, což jsou 3 malé balíčky po 4 korunách).

Takto provedeme celé šetření. Minimální počet koláčků na plechu bude 294 (23 velkých balíčků a 3 malé), maximálně bude 324 koláčků (3 velké balíčky a 48 malých).